Correction des exercices – Révisions 3°

Théorème de Pythagore et sa réciproque

Exercice 1 : ERL est un triangle rectangle en R tel que ER = 9 cm et RL = 12 cm. Calcule la longueur EL.

ERL est un triangle rectangle en R donc
d'après le théorème de Pythagore, on a :

$EL^2 = RL^2 + RE^2$

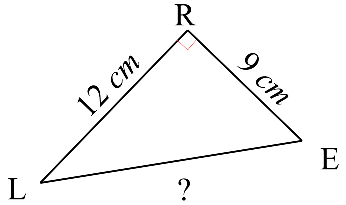
$EL^2 = 12^2 + 9^2$

$EL^2 = 144 + 81$

$EL^2 = 225$

$EL = \sqrt{225}$

$EL = 15$ cm



Exercice 2 : ARC est un triangle rectangle en R tel que AC = 52 mm et RC = 48 mm. Calcule la longueur du côté [AR].

ARC est un triangle rectangle en R donc
d'après le théorème de Pythagore, on a :

$AC^2 = AR^2 + RC^2$

$AR^2 = AC^2 - RC^2$

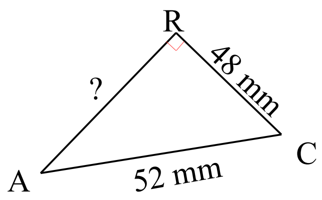
$AR^2 = 52^2 - 48^2$

$AR^2 = 2\,704 - 2\,304$

$AR^2 = 400$

$AR = \sqrt{400}$

$AR = 20$ mm



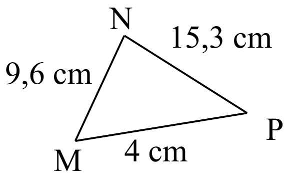
Exercice 3 : Soit MNP un triangle tel que MN = 9,6 cm ; MP = 4 cm et NP = 15,3 cm. Montre que le triangle MNP n'est pas rectangle.

Le plus long côté est [NP] : $NP^2 = 15{,}3^2 = 234{,}09$

$MN^2 + MP^2 = 9{,}6^2 + 4^2 = 92{,}16 + 16 = 108{,}16$

$NP^2 \neq MN^2 + MP^2$

Le triangle MNP ne vérifie pas l'égalité de Pythagore donc il n'est pas rectangle en M.



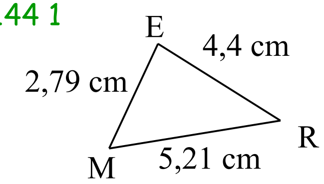
Exercice 4 : Démontre que le triangle MER, tel que ME = 2,79 m, ER = 4,4 m et MR = 5,21 m, est rectangle et précise en quel point.

Le plus long côté est [MR] : $MR^2 = 5{,}21^2 = 27{,}144\,1$

$EM^2 + ER^2 = 2{,}79^2 + 4{,}4^2 = 7{,}784\,1 + 19{,}36 = 27{,}144\,1$

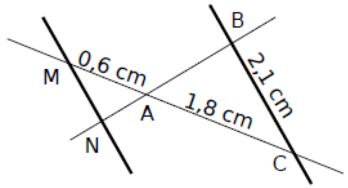
$MR^2 = EM^2 + ER^2$

D'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle MER est rectangle en E.



Théorème de Thalès et sa réciproque

Exercice 5 : Les points M, A, C sont alignés et les points N, A, B aussi. Les droites (MN) et (BC) sont parallèles. Calcule MN.



On a : - (BN) et (MC) sont sécantes en A
- (MN) // (BC)

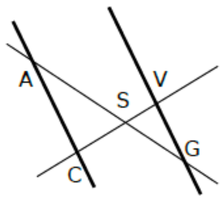
Donc d'après le théorème de Thalès, on a :

$$\frac{AM}{AC} = \frac{MN}{BC} = \frac{AN}{AB}$$

$$\frac{0{,}6}{1{,}8} = \frac{MN}{2{,}1} = \frac{AN}{AB}$$

$$MN = \frac{0{,}6 \times 2{,}1}{1{,}8} = 0{,}7 \text{ cm.}$$

Exercice 6 : On a SV = 0,6 cm ; SG = 0,9 cm ; SA = 2,1 cm et SC = 1 cm. Montre que les droites (GV) et (CA) ne sont pas parallèles.

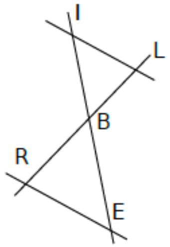


$$\frac{SV}{SC} = \frac{0{,}6}{1} = 0{,}6 \text{ et } \frac{SG}{SA} = \frac{0{,}9}{2{,}1} = \frac{3}{7} \approx 0{,}43$$

$$\frac{SV}{SC} \neq \frac{SG}{SA}.$$

D'après la contraposée du théorème de Thalès, les droites (GV) et (CA) ne sont pas parallèles.

Exercice 7 : Sur la figure ci-contre : BR = 2,5 cm ; BL = 15 cm ; BE = 1,5 cm et BI = 9 cm.
Montre que les droites (IL) et (RE) sont parallèles.



On a : - Les points I, B, E d'une part et les points L, B, R d'autre part sont alignés dans le même ordre.

- $\frac{BI}{BE} = \frac{9}{1,5} = 6$ et $\frac{BL}{BR} = \frac{15}{2,5} = 6$

$\frac{BI}{BE} = \frac{BL}{BR}$

Donc d'après la réciproque du théorème de Thalès, les droites (IL) et (RE) sont parallèles.

Identités remarquables

Exercice 8 : Développe puis réduis chaque expression.

A = 5 (10 x + 8) = 5 × 10 x + 5 × 8 = 50 x + 40

B = (x + 6)(x – 4) = x^2 – 4 x + 6 x – 24 = x^2 + 2 x - 24

C = (2 x – 5)(3 x – 2) = 2 x × 3 x – 2 x × 2 – 5 × 3 x + 5 × 2

C = 6 x^2 - 4 x – 15 x + 10 = 6 x^2 - 19 x + 10

D = (5 x – 2)(5 x – 8) – (3 x – 5)(x + 7) = 5 x × 5 x – 5 x × 8 – 2 × 5 x + 2 × 8

D = 25 x^2 - 40 x – 10 x + 16 = 25 x^2 - 50 x + 16

E = $(x + 8)^2$ = (x + 8) × (x + 8) = x × x + x × 8 + 8 × x + 8 × 8

E = x^2 + 16 x + 64

F = $(4 + 7x)^2$ = (4 + 7 x) × (4 + 7 x) = 4 × 4 + 4 × 7x + 7x × 4 + 7x × 7x

F = 16 + 28 x + 28 x + 49 x^2 = 16 + 56 x + 49 x^2

Exercice 9 : Factorise chaque expression.

A = (2 x + 1)(x – 3) + (2 x + 1) = (2 x + 1) (x – 3 + 1) = (2 x + 1) (x – 2)

B = (2 x + 3)(x – 5) – $(x – 5)^2$ = (x – 5) [2 x + 3 – (x – 5)]

B = (x – 5) (2 x + 3 – x + 5) = (x – 5) (x + 8)

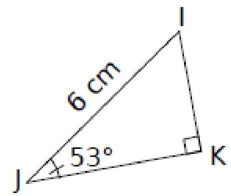
C = 81 – t^2 = 9^2 – t^2 = (9 + t) (9 – t)

D = 25 – 4y^2 = 5^2 – $(2y)^2$ = (5 + 2 y) (5 - 2 y)

E = 16 x^2 - 49 = $(4x)^2$ – 7^2 = (4 x + 7) (4 x - 7)

Trigonométrie

Exercice 10 : Le triangle IJK est rectangle en K.
Calcule les longueurs JK et IK en utilisant à chaque fois la formule adéquate.



Le triangle IJK est rectangle en K donc on a :

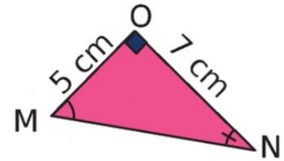
sin $\frac{504}{540}$ = $\frac{504 \div 36}{540 \div 36}$ et cos $\widehat{IJK}$ = $\frac{JK}{IJ}$

sin 53° = $\frac{IK}{6}$ et cos 53° = $\frac{JK}{6}$

IK = 6 × sin 53° et JK = 6 × cos 53°

IK ≈ 4,79 cm et JK ≈ 3,61 cm.

Exercice 11 : Calculer la mesure de l'angle $\widehat{ONM}$ puis l'angle $\widehat{OMN}$.



Le triangle OMN est rectangle en O donc on a :

tan $\widehat{OMN}$ = $\frac{ON}{OM}$ et tan $\widehat{ONM}$ = $\frac{OM}{ON}$

tan $\widehat{OMN}$ = $\frac{7}{5}$ et tan $\widehat{ONM}$ = $\frac{5}{7}$

$\widehat{OMN}$ = Arctan ($\frac{7}{5}$) et $\widehat{ONM}$ = Arctan ($\frac{5}{7}$)

$\widehat{OMN}$ ≈ 54,46° et $\widehat{ONM}$ ≈ 35,54°

Nombres premiers

Exercice 12 : **1)** Les nombres 15 et 42 sont-ils premiers entre eux ?
Les nombres 15 et 42 ne sont pas premiers entre eux car PGCD(15 ; 42) = 3.

2) Les nombres 16 et 31 sont-ils premiers entre eux ?
Les nombres 16 et 31 sont premiers entre eux car PGCD(16 ; 31) = 1.

Exercice 13 : On considère la fraction $\frac{504}{540}$.

1) Est-elle irréductible ? Justifie.

Elle n'est pas irréductible car 504 et 540 sont tous les deux divisibles par 2.

2) Quel est le PGCD de 504 et 540 ? PGCD(504 ; 540) = 36

3) La rendre irréductible. $\frac{504}{540} = \frac{504 \div 36}{540 \div 36} = \frac{14}{15}$

Exercice 14 : **1)** Rendre la fraction $\frac{42}{39}$ irréductible. PGCD(42 ; 39) = 3

$\frac{42}{39} = \frac{42 \div 3}{39 \div 3} = \frac{14}{13}$

2) Rendre la fraction $\frac{120}{90}$ irréductible. PGCD(120 ; 90) = 30

$\frac{120}{90} = \frac{120 \div 30}{90 \div 30} = \frac{4}{3}$

Équations

Exercice 15 :

Le nombre 3 est-il solution de l'équation $5x - 2 = 4x + 1$? Justifie.

$5x - 2 = 5 \times 3 - 2 = 15 - 2 = 13$

$4x + 1 = 4 \times 3 + 1 = 12 + 1 = 13$

3 est donc solution de cette équation.

Exercice 16 : Résous les équations suivantes.

1)

$$5 - 3x = -15$$
$$5 - 3x - 5 = -15 - 5$$
$$-3x = -20$$
$$-3x \div (-3) = -20 \div (-3)$$
$$x = \frac{20}{3}$$

Vérification : $5 - 3 \times \frac{20}{3} = 5 - 20 = -15$

2)

$$7x - 4 = 5x + 6$$
$$7x - 4 - 5x = 5x + 6 - 5x$$
$$2x - 4 = 6$$
$$2x - 4 + 4 = 6 + 4$$
$$2x = 10$$
$$2x \div 2 = 10 \div 2$$
$$x = 5$$

Vérification : $7 \times 5 - 4 = 35 - 4 = 31$

$5 \times 5 + 6 = 25 + 6 = 31$

3)

$$3 - 2x = -9 + 3x$$
$$3 - 2x + 2x = -9 + 3x + 2x$$
$$3 + 9 = -9 + 5x + 9$$
$$12 = 5x$$
$$12 \div 5 = 5x \div 5$$
$$x = 2{,}4$$

Vérification : $3 - 2 \times 2{,}4 = -1{,}8$

$-9 + 3 \times 2{,}4 = -1{,}8$

Exercice 17 : Résous chaque équation.

a. $(3x + 7)(4x - 8) = 0$

$3x + 7 = 0$	ou	$4x - 8 = 0$
$3x + 7 - 7 = 0 - 7$	ou	$4x - 8 + 8 = 0 + 8$
$3x = -7$	ou	$4x = 8$
$3x \div 5 = -7 \div 5$	ou	$4x \div 4 = 8 \div 4$
$x = -1{,}4$	ou	$x = 2$

b. $(6x - 3)(2x - 5) = 0$

$6x - 3 = 0$	ou	$2x - 5 = 0$
$6x - 3 + 3 = 0 + 3$	ou	$2x - 5 + 5 = 0 + 5$
$6x = 3$	ou	$2x = 5$
$6x \div 6 = 3 \div 6$	ou	$2x \div 2 = 5 \div 2$
$x = 0{,}5$	ou	$x = 2{,}5$

Fonctions

Exercice 18 : Soit h la fonction définie par $h(x) = -2x + 8$.

a. Détermine les images de 0 ; −1 et 3 par h.

h (0) = -2 × 0 + 8 = -2 + 8 = 6

h (-1) = -2 × (- 1) + 8 = 2 + 8 = 10

h (3) = -2 × 3 + 8 = -6 + 8 = 2

b. Détermine le(s) antécédent(s) de 12 par h.

On cherche x tel que $h(x) = -2x + 8 = 12$

12 – 8 = 4

4 ÷ (- 2) = -2

Exercice 19 : Voici un tableau de valeurs d'une fonction

x	−3	−2,5	−2	−1,5	−1	−0,5	0
$h(x)$	−1,5	−2	1,4	−1,8	−1,5	0,25	2

Complète chacune des égalités suivantes.

a. h (– 2,5) = -2

b. h (- 1,5) = −1,8

c. h (0) = 2

d. h (- 3) = −1,5

e. h (– 0,5) = 0,25

f. h (- 2) = 1,4

Exercice 20 : Durant les soldes, un magasin pratique une remise de 15 % sur tous les articles.

a. Un article coûtait 28 € avant les soldes. Quel est son nouveau prix ?

$28 \times \frac{15}{100} = 4,2$. La réduction est de 4,20 €.

28 – 4,20 = 23,8. Le nouveau prix est de 23,80 €.

b. On appelle f la fonction qui, au prix de départ p, associe le prix soldé. Donne son expression.

$f(p) = (1 - \frac{15}{100}) \times p = 0,85\,p$

c. Un article coûtait 45 € avant les soldes. Quel est son prix soldé ?

f (45) = 0,85 × 45 = 38,25 €. Son prix soldé est de 38,25 €.

d. Un article est soldé à 31,79 €. Quel était son prix avant les soldes ?

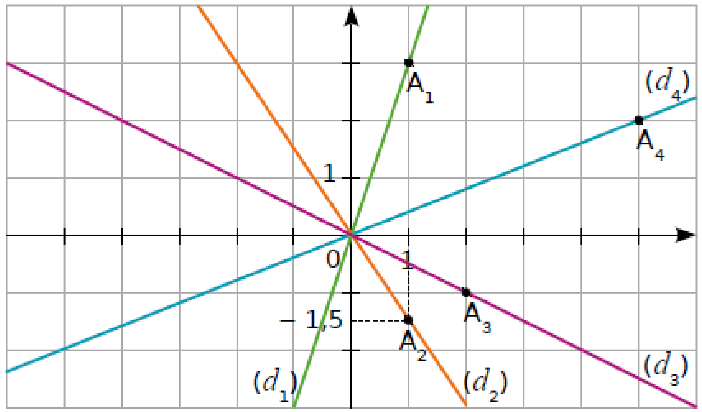
On cherche p tel que f (p) = 0,85 p = 31,79.

Ainsi p = 31,79 ÷ 0,85 = 37,40 €.

Son prix avant les soldes était de 37,40 €.

Exercice 21 : Les droites (d_1), (d_2), (d_3) et (d_4) sont les représentations graphiques respectives de quatre fonctions linéaires f_1, f_2, f_3 et f_4.

Donner l'expression de chaque fonction.



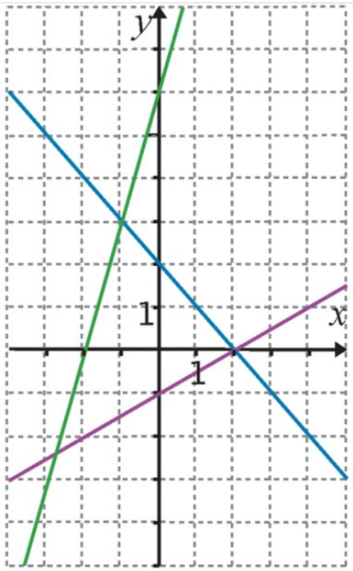
(d_1) : $f_1(x) = 3x$ car $A_1(1 ; 3)$ et 3 ÷ 1 = 3.

(d_2) : $f_2(x) = -1,5x$ car $A_2(1 ; -1,5)$ et -1,5 ÷ 1 = -1,5.

(d_3) : $f_3(x) = -0,5x$ car $A_3(2 ; -1)$ et -1 ÷ 2 = -0,5.

(d_4) : $f_4(x) = 0,4x$ car $A_4(5 ; 2)$ et 2 ÷ 5 = 0,4.

Exercice 22 : Les droites suivantes sont les représentations graphiques respectives de trois fonctions affines f_1, f_2, f_3.
Donner l'expression de chaque fonction.
2 méthodes : Lecture graphique ou calculs.



(d_1) : $f_1(x) = ax + b$ (vert)

$$a = \frac{f_1(0) - f_1(-1)}{0 - (-1)} = \frac{6 - 3}{0 + 1} = 3$$

$f_1(x) = 3x + b$

Or, $f_1(0) = 6$ donc :
$f_1(0) = 3 \times 0 + b = b = 6$

$f_1(x) = 3x + 6$

(d_2) : $f_2(x) = ax + b$ (bleu)

$$a = \frac{f_2(2) - f_2(-1)}{2 - (-1)} = \frac{0 - 3}{2 + 1} = -1$$

$f_2(x) = -x + b$

Or, $f_2(2) = 0$ donc :
$f_2(2) = -2 + b = 0$ donc $b = 2$

$f_2(x) = -x + 2$

(d_3) : $f_3(x) = ax + b$ (bleu)

$$a = \frac{f_3(2) - f_3(0)}{2 - 0} = \frac{0 - (-1)}{2} = 0{,}5$$

$f_3(x) = 0{,}5x + b$

Or, $f_3(4) = 1$ donc :
$f_3(4) = 0{,}5 \times 4 + b = 1$
$2 + b = 1$ donc $b = -1$

$f_2(x) = 0{,}5x - 1$

Exercice 23 : Soient f et g deux fonctions linéaires telles que :
$f(9) = 27$ et $g(-3) = 48$.
Détermine les fonctions f et g.
$27 \div 9 = 3$ et $48 \div (-3) = -16$
Donc $f(x) = 3x$ et $g(x) = -16x$

Exercice 24 : Soient f et g deux fonctions affines telles que :
$f(0) = 2$ et $f(4) = -18$; $g(0) = -1$ et $g(4) = 13$.
Détermine les fonctions f et g.

$$\frac{f(4) - f(0)}{4 - 0} = \frac{-18 - 2}{4} = -5 \text{ donc } f(x) = -5x + b$$

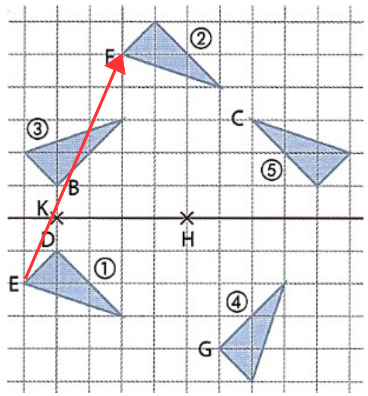
$f(0) = -5 \times 0 + b = b = 2$
Donc $f(x) = -5x + 2$.

$$\frac{g(4) - g(0)}{4 - 0} = \frac{13 - (-1)}{4} = 3{,}5 \text{ donc } g(x) = 3{,}5x + b$$

$f(0) = 3{,}5 \times 0 + b = b = -1$
Donc $g(x) = 3{,}5x - 1$.

Transformations

Exercice 25 : Chacun des triangles 2, 3, 4, 5 est l'image du triangle 1 par une transformation.
Décrire chacune de ces transformations



1 → 2 : Translation qui transforme E en F.

1 → 3 : Symétrie axiale par rapport à la droite (KH).

1 → 4 : Rotation de centre H et d'angle 90°.

1 → 5 : Symétrie centrale de centre H.

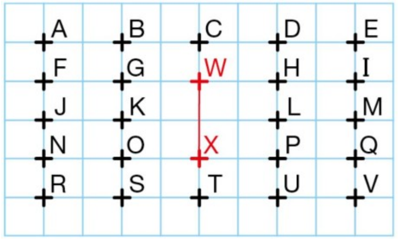
Exercice 26 : Quelle est l'image du segment [WX] par la translation qui transforme :

a) W en H ? [HP]

b) E en C ? [FN]

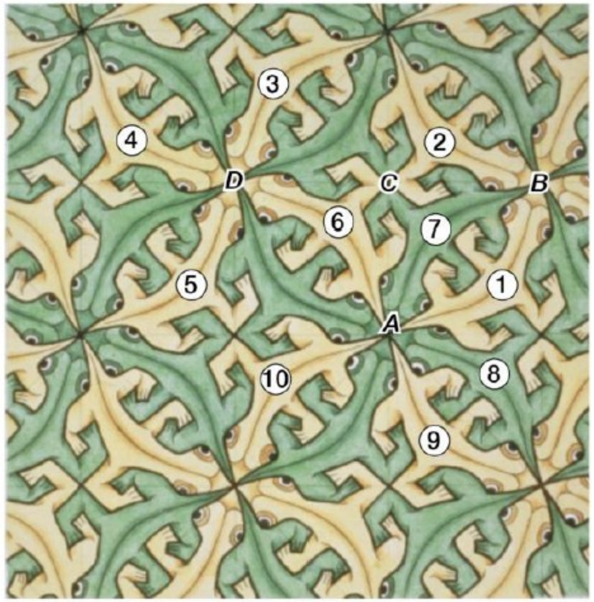
c) D en I ? [LU]

d) T en N ? [AJ]



Exercice 27 :

Voici un pavage d'Escher.



1) La rotation de centre A et d'angle 90° dans le sens des aiguilles d'une montre, transforme le lézard ⑥ en lézard ①.

Par cette rotation, quelle est l'image :

a. du lézard ⑨ ? ⑩

b. du lézard ⑤ ? ④

2) Dans chaque cas, donner une rotation qui transforme :

a. ⑥ en ③ : rotation de centre D et d'angle 90° dans le sens inverse des aiguilles d'une montre.

b. ① en ⑩ : rotation de centre A et d'angle 180° dans le sens des aiguilles d'une montre.

c. ⑥ en ② : rotation de centre C et d'angle 180° dans le sens des aiguilles d'une montre.

Statistiques

Exercice 29 : Durant une compétition d'athlétisme, les 7 concurrents ont couru les 200m avec les temps suivants(en secondes) : 20,25 ; 20,12 ; 20,48 ; 20,09 ; 20,69 ; 20,19 et 20,38.

20,09 < 20,12 < 20,19 < 20,25 < 20,38 < 20,48 < 20,69

1) Quelle est l'étendue de cette série ?

20,69 – 20,09 = 0,6

2) Quelle est la moyenne de cette série (arrondie au centième) ?

$$\frac{20{,}09+20{,}12+20{,}19+20{,}25+20{,}38+20{,}48+20{,}69}{7} \approx 20{,}31$$

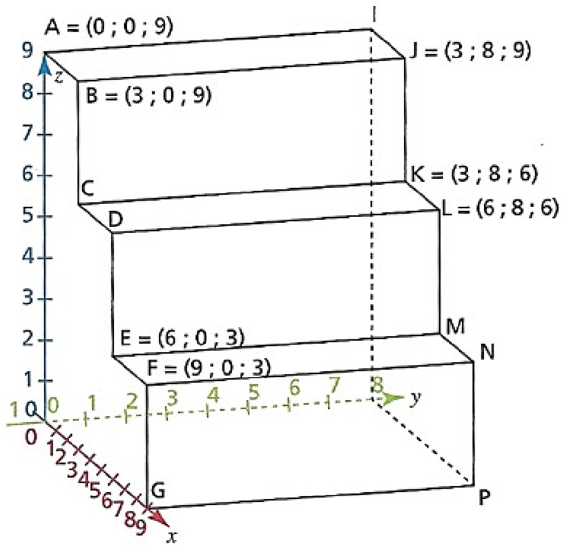
3) Quelle est la médiane de cette série ?

20,09 < 20,12 < 20,19 < <u>20,25</u> < 20,38 < 20,48 < 20,69

La médiane est 20,25.

Repérage dans l'espace

Exercice 30 :



Un escalier à marches régulières a été représenté ci-contre.

Les coordonnées de certains sont affichées ; indiquer les coordonnées des points I ; C ; D ; M ; N ; G et P.

I (0 ; 8 ; 9)

C (3 ; 0 ; 6)

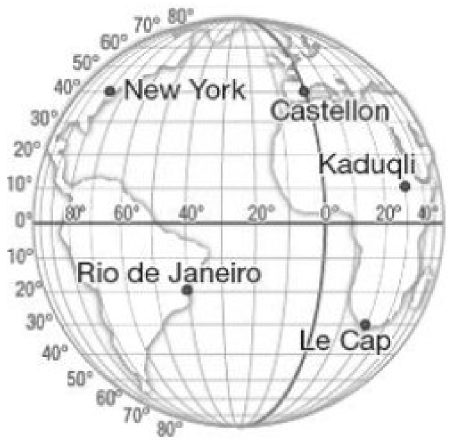
M (6 ; 8 ; 3)

N (9 ; 8 ; 3)

G (9 ; 0 ; 0)

P (9 ; 8 ; 0)

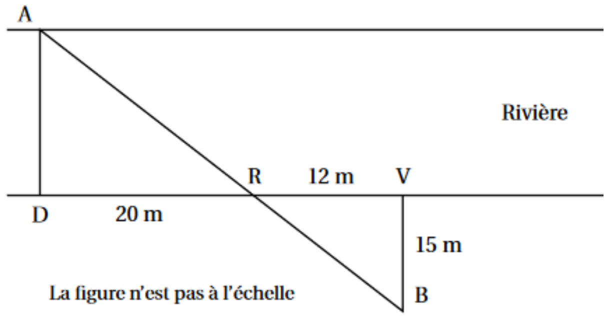
Exercice 31 :
Indiquer le mieux possible les coordonnées géographiques des cinq villes situées sur la sphère terrestre.



New York (40°N ; 80°O)
Castellon (40°N ; 0°)
Kaduqli (10°N ; 30°E)
Rio de Janeiro (20°S ; 40°O)
Le Cap (30°S ; 20°E)

Correction des extraits de Brevet

Exercice 1 : Joachim doit traverser une rivière avec un groupe d'amis. Il souhaite installer une corde afin que les personnes peu rassurées puissent se tenir. Il veut connaitre la largeur de la rivière à cet endroit (nommé D) pour déterminer si la corde dont il dispose est assez longue. Pour cela il a repéré un arbre (nommé A) sur l'autre rive. Il parcourt 20 mètres sur la rive rectiligne où il se situe et trouve un nouveau repère : un rocher (nommé R). Ensuite il poursuit sur 12 mètres et s'éloigne alors de la rivière, à angle droit, jusqu'à ce que le rocher soit aligné avec l'arbre depuis son point d'observation (nommé B). Il parcourt pour cela 15 mètres. Il est alors satisfait : sa corde d'une longueur de 30 mètres est assez longue pour qu'il puisse l'installer entre les points D et A.
A l'aide de la figure, confirmer sa décision.



- Les droites (AB) et (DV) sont sécantes en R.
- Les droites (AD) et (BV) sont toutes les deux perpendiculaires à la droite (DV) : elles sont donc parallèles.

Donc d'après le théorème de Thalès : $\frac{RV}{RD} = \frac{RB}{RA} = \frac{VB}{AD}$

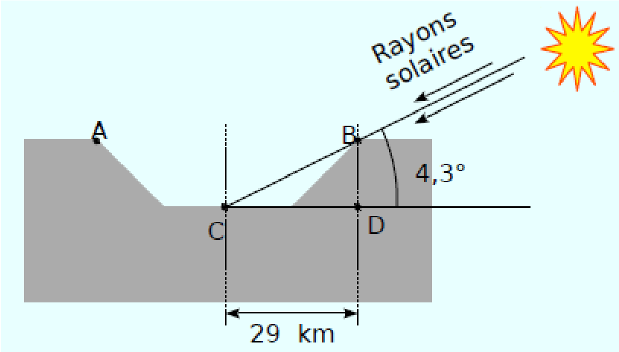
$$\frac{12}{20} = \frac{RB}{RA} = \frac{15}{AD}$$

$$AD = \frac{20 \times 15}{12} = 25 \text{ m.}$$

25 < 30 donc il pourra effectivement installer sa corde entre les points A et D.

Exercice 2 : Le schéma ci-dessous représente un cratère de la Lune. Le triangle BCD est un triangle rectangle en D.

Calcule la profondeur BD du cratère. Arrondis au dixième de km près.



Le triangle BCD est rectangle en D donc on a :

$\tan \widehat{BCD} = \dfrac{BD}{CD}$

$\tan 4{,}3° = \dfrac{BD}{29}$

$BD = 29 \times \tan 4{,}3°$

$BD \approx 2{,}2$ km

Le cratère a une profondeur de 2,2 km.

Exercice 3 : Pierre a gagné 84 sucettes et 147 bonbons à un jeu. Étant très généreux, et ayant surtout très peur du dentiste, il décide de les partager avec des amis. Pour ne pas faire de jaloux, chacun doit avoir le même nombre de sucettes et le même nombre de bonbons.

1) Combien de personnes au maximum pourront bénéficier de ces friandises (Pierre étant inclus dans ces personnes) ? Expliquer votre raisonnement.

$84 = 2^2 \times 3 \times 7$ et $147 = 3 \times 7^2$

PGCD (84 ; 147) = $3 \times 7 = 21$

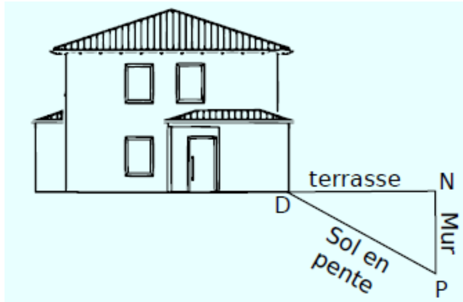
21 personnes pourront bénéficier de ces friandises.

2) Combien de sucettes et de bonbons aura alors chaque personne ?

$84 \div 21 = 4$ et $147 \div 21 = 7$.

Chaque personne aura 4 sucettes et 7 bonbons.

Exercice 4 : Sur le schéma ci-dessous, la terrasse est représentée par le segment [DN], elle est horizontale et mesure 4 mètres de longueur. Elle est construite au-dessus d'un terrain en pente qui est représenté par le segment [DP] de longueur 4,20 m. Pour cela, il a fallu construire un mur vertical représenté par le segment [NP].



Quelle est la hauteur du mur ? Justifier. Donner l'arrondi au cm près.

Le triangle DNP est rectangle en N donc on a :

$DP^2 = DN^2 + NP^2$

$NP^2 = DP^2 - DN^2$

$NP^2 = 4{,}20^2 - 4^2$

$NP^2 = 17{,}64 - 16$

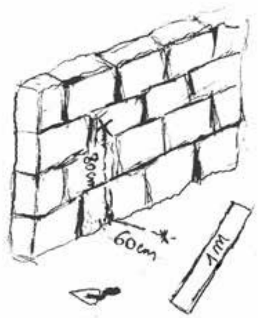
$NP^2 = 1{,}64$

$NP = \sqrt{1{,}64}$ env 1,28 m.

Exercice 5 : **Maçonnerie**

Pour savoir si son mur est bien vertical, un maçon utilise une règle de 1 m et fait une marque à 60 cm sur le sol et une autre à 80 cm du sol sur le mur. En plaçant la règle, il vérifie la verticalité du mur.

Explique pourquoi.



Le plus long côté mesure 1 m : $1^2 = 1$

$0{,}6^2 + 0{,}8^2 = 0{,}36 + 0{,}64 = 1$

Ainsi d'après la réciproque du théorème de Pythagore, on en déduit que le triangle est rectangle, et que le mur est vertical.

Exercice 6 : **Coquillages**

Un enfant a ramassé 20 coquillages.
Les grands mesurent 2 cm de long, les petits mesurent 1 cm.
Tous les coquillages mis bout à bout font 32 cm au total.
Combien a-t-il de grands coquillages et combien de petits ?

Soit x le nombre de grands coquillages ; il y a donc 20 – x petits.
Leur longueur est égale à : $2x + 1\times(20 - x) = 32$

$$2x + 20 - x = 32$$
$$x + 20 = 32$$
$$x + 20 - 20 = 32 - 20$$
$$x = 12$$

Il y a donc 12 grands et 20 – 12 = 8 petits.

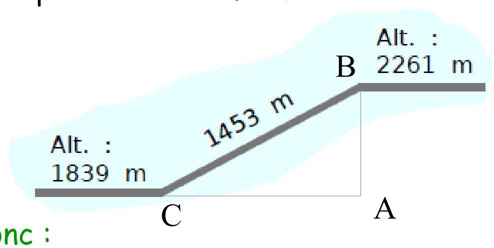
Exercice 7 : **1)** Développer et réduire l'expression : (2n + 5)(2n – 5) où n est un nombre quelconque.

$(2n + 5)(2n - 5) = (2n)^2 - 5^2 = 4n^2 - 25$

2) En utilisant la question 1, calculer 205×195.

On utilise la question 1 avec n = 100.
$2n + 5 = 2 \times 100 + 5 = 205$ et $2n - 5 = 2 \times 100 - 5 = 195$.
Ainsi : $205 \times 195 = 4 \times 100^2 - 25 = 400 - 25 = 375$.

Exercice 8 : Dans une station de ski, on peut lire les informations suivante sur un télésiège.
Calculer l'angle formé par le câble du télésiège avec l'horizontale.
(arrondir au degré prés.)



AB = 2 261 – 1 839 = 422 m.
Le triangle ABC est rectangle en A donc :

$$\sin \widehat{ACB} = \frac{AB}{BC}$$

$$\sin \widehat{ACB} = \frac{422}{1\,453}$$

$$\widehat{ACB} = \text{Arcsin}\left(\frac{422}{1\,453}\right) \approx 17°.$$

Exercice 9 : Pour le 1er Mai, Julie dispose de 182 brins de muguet et 78 roses. Elle veut faire le plus grand nombre de bouquets identiques en utilisant toutes ses fleurs.
Combien de bouquets identiques pourra-t-elle faire ?
Quelle sera la composition de chaque bouquet ?

$182 = 2\times7\times13$ et $78 = 2\times3\times13$
PGCD (182 ; 78) = $2 \times 13 = 26$
Ainsi Julie pourra faire 26 bouquets.

$182 \div 26 = 7$ et $78 \div 26 = 3$.
Chaque bouquet sera composé de 7 brins de muguet et 3 roses.

Exercice 10 : Pierre et Nathalie possèdent ensemble 144 timbres.
Si Nathalie donnait 2 timbres à Pierre, alors celui-ci en aurait deux fois plus qu'elle. Combien chaque enfant a-t-il de timbres actuellement ?

On pose x le nombre de timbres de Nathalie.
Pierre a donc 144 – x timbres.

Si Nathalie donne 2 timbres à Pierre, il lui en restera x – 2.
Et Pierre en aura 144 – x + 2. Et deux fois plus que Nathalie, donc
$144 - x + 2 = (x - 2) \times 2$

Ainsi le problème s'écrit : $144 - x + 2 = (x - 2) \times 2$

$$146 - x = 2x - 4$$
$$146 - x + x = 2x - 4 + x$$
$$146 = 3x - 4$$
$$146 + 4 = 3x - 4 + 4$$
$$150 = 3x$$
$$150 \div 3 = 3x \div 3$$
$$50 = x$$

Nathalie a donc 50 timbres et Pierre en a 144 – 50 = 94.

Exercice 11 : À l'aide d'un tableur, on a réalisé les tableaux de valeurs de deux fonctions dont les expressions sont : $f(x) = 2x$ et $g(x) = -2x + 8$

B2			=2*B1			
	A	B	C	D	E	F
1	Valeur de x	0	1	2	3	4
2	Image de x	0	2	4	6	8
3						
4	Valeur de x	0	0,5	1	2	4
5	Image de x	8	7	6	4	0

1. Quelle est la fonction (f ou g) qui correspond à la formule saisie dans la cellule B2 ?

La fonction f correspond à la formule saisie dans la cellule B2 car $f(0) = 2 \times 0 = 0$ alors que $g(0) = -2 \times 0 + 8 = 8$.

2. Quelle formule a été saisie en cellule B5 ?

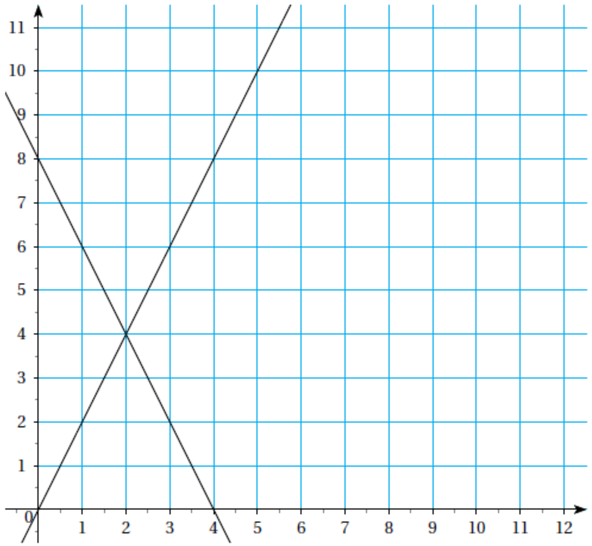
Dans la cellule B5, on saisit = −2*B4+8.

3. Laquelle des fonctions f ou g est représentée dans le repère ci-dessous ?

La fonction f est représentée dans le repère ci-joint car, par exemple $f(0) = 0$ alors que $g(0) = 8$.

f est une fonction linéaire donc elle passe par l'origine du repère.

4. Tracer la représentation graphique de la deuxième fonction dans le repère ci-dessous.



5. Donner, en justifiant, la solution de l'équation : $2x = -2x + 8$.

- À partir du tableau, pour $x = 2$, l'image est 4 pour les deux fonctions. Donc la solution de l'équation : $2x = -2x + 8$ est 2.
- Graphiquement, la solution de l'équation est l'abscisse du point d'intersection des deux droites.
- On peut aussi résoudre l'équation :

$$2x = -2x + 8$$
$$2x + 2x = -2x + 8 + 2x$$
$$4x = 8$$
$$x = 2$$

Exercice 12 : Un restaurant propose cinq variétés de pizzas, voici sa carte :

CLASSIQUE : tomates, jambon, oeuf, champignons
MONTAGNARDE : crème, jambon, pommes de terre, champignons
LAGON : crème, crevettes, fromage
BROUSSARDE : crème, chorizo, champignons, salami
PLAGE : tomates, poivrons, chorizo

a. Je commande une pizza au hasard, quelle est la probabilité qu'il y ait des champignons dedans ?

Il y a 3 pizzas sur 5 qui contiennent des champignons donc la probabilité est $\frac{3}{5} = 0,6$.

b. J'ai commande une pizza a la crème, quelle est la probabilité d'avoir du jambon ?

Il y a 3 pizzas à la crème dont une seule qui contient du jambon donc la probabilité est $\frac{1}{3}$.

Exercice 13 : Un parc de loisirs propose plusieurs tarifs.

• Formule A : 7 € par entrée

• Formule B : un abonnement annuel de 35 €, puis 4,50 € par entrée

a. À partir de combien d'entrées la formule B est-elle plus avantageuse que la formule A ?

Formule A : $7x$

Formule B : $35 + 4,5x$

On cherche x tel que $35 + 4,5x < 7x$.

$$35 + 4,5x - 4,5x < 7x - 4,5x$$
$$35 < 2,5x$$
$$35 \div 2,5 < 2,5x \div 2,5$$
$$14 < x$$
$$x > 14$$

La formule B est plus avantageuse à partir de 14 entrées.

b. Ce parc propose aussi un troisième tarif.

• Formule C : un abonnement annuel de 143 € pour un nombre illimité d'entrées.

À partir de combien d'entrées la formule C est-elle plus avantageuse que la formule B ?

Formule C : 143

On cherche x tel que $143 < 35 + 4,5x$.

$$143 - 35 < 35 + 4,5x - 35$$
$$108 < 4,5x$$
$$108 \div 4,5 < 4,5x \div 4,5$$
$$24 < x$$

La formule C est plus avantageuse que la formule B à partir de 24 entrées.

Exercice 14 : Un professeur de SVT demande aux 29 élèves d'une classe de sixième de faire germer des graines de blé chez eux.

Le professeur donne un protocole expérimental à suivre :

— mettre en culture sur du coton dans une boite placée dans une pièce éclairée, de température entre 20 ° et 25 °C;

— arroser une fois par jour;

— il est possible de couvrir les graines avec un film transparent pour éviter l'évaporation de l'eau.

Le tableau ci-dessous donne les tailles des plantules (petites plantes) des 29 élèves à 10 jours après la mise en germination.

Taille en cm	0	8	12	14	16	17	18	19	20	21	22
Effectif	1	2	2	4	2	2	3	3	4	4	2

1. Combien de plantules ont une taille qui mesure au plus 12 cm ?

5 plantules ont une taille qui mesure au plus 12 cm.

2. Donner l'étendue de cette série.

$22 - 0 = 22$

L'étendue de la série est 22.

3. Calculer la moyenne de cette série. Arrondir au dixième près.

$$\frac{0\times1+8\times2+12\times2+14\times4+16\times2+17\times2+18\times3+19\times3+20\times4+21\times4+22\times2}{29}$$

$= \dfrac{481}{29} \approx 16,6$ cm

4. Déterminer la médiane de cette série et interpréter le résultat.

$29 = 2 \times 14 + 1$

Donc la médiane est la 15ème valeur de la série c'est-à-dire 18 cm.

5. On considère qu'un élève a bien respecté le protocole si la taille de la plantule à 10 jours est supérieure ou égale à 14 cm.

Quel pourcentage des élèves de la classe a bien respecté le protocole ?

$\dfrac{24}{29}\times100 \approx 82,76$ soit environ 83%.

6. Le professeur a fait lui-même la même expérience en suivant le même protocole. Il a relevé la taille obtenue à 10 jours de germination.

Prouver que, si on ajoute la donnée du professeur à cette série, la médiane ne changera pas.

Il y aura ainsi 30 valeurs. $30 = 15 \times 2$.

Donc la médiane se situera entre la 15ème et la 16ème valeur, soit 18 cm.