3ème	Séquence 16 : Fonctions affines

I. Définition

♡ **Définition** : Soit a et b deux nombres quelconques. Une **fonction affine** f est une fonction qui associe, à tout nombre x, le nombre $a\,x + b$.
On note $f : x \longmapsto a\,x + b$.

$$x \xrightarrow{\times a} a\,x \xrightarrow{+\,b} a\,x + b$$

Exemples : 1) $x \longmapsto -3\,x + 8$ est une fonction affine, avec $a = -3$ et $b = 8$.

2) $x \longmapsto \dfrac{1}{2}\,x - 5$ est une fonction affine, avec $a = \dfrac{1}{2}$ et $b = -5$.

Cas particuliers :

- Si $a = 0$, alors $f(x) = b$. f est une fonction constante.
- Si $b = 0$, alors $f(x) = a\,x$. f est une fonction linéaire de coefficient a.

II. Tableau de valeurs

Une fonction affine peut être représentée par un tableau de valeurs.

Exemple : La fonction $f : x \longmapsto -2x + 3$ est une fonction affine dont un tableau de valeurs est :

x	-1	0	1	2
$f(x)$	5	3	1	-1

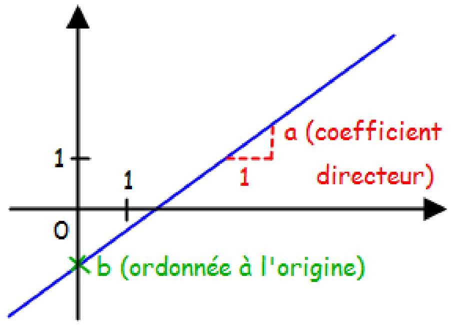
En effet, $f(-1) = -2 \times (-1) = 5$; $f(0) = -2 \times 0 + 3 = 3$.

Remarque : Ce tableau n'est pas un tableau de proportionnalité.

III. Représentation graphique

♡ **Propriété :** La représentation graphique d'une fonction affine $f : x \longmapsto a\,x + b$ est une droite.

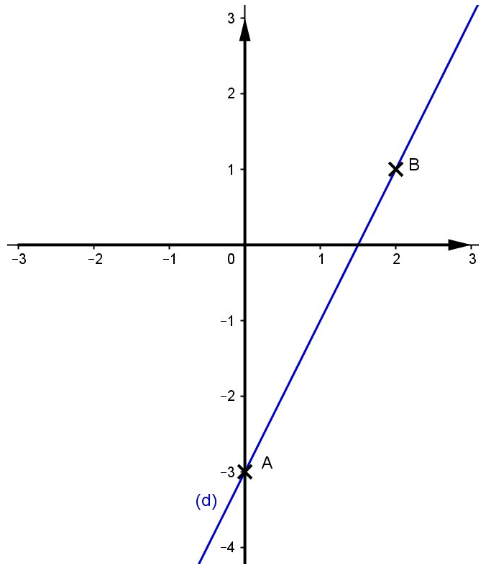
On dit que a est le **coefficient directeur** de la droite et que b est l'ordonnée à l'origine.



Exemple : Tracer la représentation graphique de la fonction $f(x) = 2x - 3$.

f est une fonction affine, elle est donc représentée par une droite (d).

On calcule deux images :
$f(0) = 2 \times 0 - 3 = -3$ et $f(2) = 2 \times 2 - 3 = 1$.
Donc la droite (d) passe par A (0 ; – 3) et B (2 ; 1).



IV. Proportionnalité des accroissements

♡ **Propriété :** Soient f une fonction affine telle que $f(x) = a\,x + b$, et x_1 et x_2 deux nombres distincts.

L'accroissement de $f(x)$ est **proportionnel** à l'accroissement de x, a étant le coefficient de proportionnalité.

Soit : $\underbrace{f(x_2) - f(x_1)}_{\text{Accroissement de } f(x_1) \text{ à } f(x_2)} = a\,\underbrace{(x_2 - x_1)}_{\text{Accroissement de } x_1 \text{ à } x_2}$ ou $a = \dfrac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1}$

Exemple : Déterminer la fonction affine f telle que $f(2) = 5$ et $f(4) = 9$.

f est affine donc $f(x) = a\,x + b$ avec :

$$a = \frac{f(4)-f(2)}{4-2} = \frac{9-5}{4-2} = \frac{4}{2} = 2$$

Donc $f(x) = 2\,x + b$.

Il reste à déterminer la valeur de b.

Comme $f(4) = 9$, on a $2 \times 4 + b = 9$.

$$\begin{aligned} 8 + b &= 9 \\ b &= 9 - 8 \\ b &= 1 \end{aligned}$$

Ainsi $f(x) = 2\,x + 1$.

♡ **À retenir :** $a = \dfrac{\text{Différence des images}}{\text{Différence des antécédents}} = \dfrac{\text{Différence des ordonnées}}{\text{Différence des abscisses}}$

♡ **Bilan des fonctions :**

	Fonctions linéaires	Fonctions affines
Expression	$f(x) = a\,x$	$f(x) = a\,x + b$
Tableau de valeurs	Tableau de proportionnalité	Pas forcément un tableau de proportionnalité
Graphique	Droite qui passe par l'origine du repère	Droite
Coefficient directeur	$a = \dfrac{\text{image}}{\text{antécédent}}$	$a = \dfrac{\text{différence des images}}{\text{différence des antécédents}}$