

I. Nombres premiers

♥ **Définition** : Un **nombre premier** est un nombre entier qui n'a que deux diviseurs : **1** et **lui-même**.

Exemples :

- Début de la liste des nombres premiers : 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29 ... ♥
- 8 n'est pas un nombre premier car il est divisible par 1, 2, 4 et 8.
- 1 n'est pas un nombre premier car il admet un seul diviseur, lui-même.

II. Diviseurs communs à deux nombres entiers

♥ **Définition** : a et b désignent deux nombres entiers.

Un **diviseur commun** à a et b est un nombre qui est à la fois un diviseur de a et un diviseur de b .

Exemple : Les diviseurs de 12 sont : **1** ; **2** ; **3** ; 4 ; **6** et 12.

Les diviseurs de 18 sont : **1** ; **2** ; **3** ; **6** ; 9 et 18.

Ainsi **1**, **2**, **3** et **6** sont les diviseurs communs à 12 et 18.

♥ **Définition** : On dit que deux nombres entiers sont **premiers entre eux** lorsque leur seul diviseur commun est **1**.

Exemple :

Les diviseurs de 12 sont : **1** ; 2 ; 3 ; 4 ; 6 et 12.

Les diviseurs de 35 sont : **1** ; 5 ; 7 et 35.

Le seul diviseur commun de 12 et 35 est **1**, donc 12 et 35 sont premiers entre eux.

III. Décomposition en produit de facteurs premiers

Propriété : On peut toujours décomposer un nombre non premier en **produit de facteurs premiers**. Cette décomposition est **unique**.

Méthode : On peut chercher les diviseurs premiers dans l'ordre croissant.

Exemple :

$$\bullet 84 = 2 \times 42$$

$$2 \times 21$$

$$3 \times 7$$

$$84 = 2 \times 2 \times 3 \times 7 = 2^2 \times 3 \times 7$$

IV. Fraction irréductible

♥ **Définition** : Soient deux nombres entiers strictement positifs a et b .

On dit que la fraction $\frac{a}{b}$ est **irréductible** lorsque a et b sont premiers entre eux.

Exemple : On veut simplifier la fraction $\frac{84}{30}$.

On peut décomposer le numérateur et le dénominateur en produit de facteurs premiers.

$$\frac{84}{30} = \frac{2^2 \times 3 \times 7}{2 \times 3 \times 5} = \frac{2 \times 2 \times 3 \times 7}{2 \times 3 \times 5} = \frac{2 \times 7}{5} = \frac{14}{5}$$

On a ainsi divisé le numérateur et le dénominateur par le plus grand diviseur commun de 84 et de 30, **PGCD (84 ; 30) = 2 × 3 = 6**.