

I. Expérience aléatoire

Définition : Une **expérience aléatoire** est une expérience dont on ne peut pas prévoir le résultat avec certitude. Chacun des résultats possibles de l'expérience est appelé **issue**.

Définitions : • Un **événement** est un ensemble d'issues que l'on peut obtenir lors d'une expérience aléatoire.

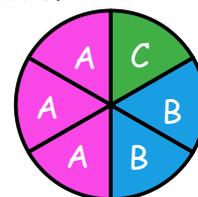
• Un **événement élémentaire** est un événement constitué d'une seule issue.

Exemple : L'expérience aléatoire consiste à faire tourner la roue ci-contre.

Les issues sont A, B et C.

L'événement « obtenir une consonne » est réalisé par les issues B et C.

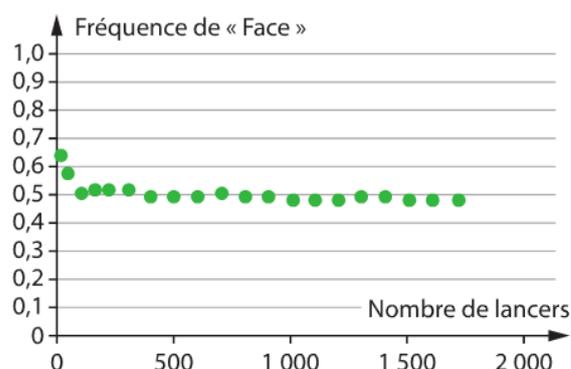
L'événement « obtenir C » est un événement élémentaire.



Définition : Lorsque l'on répète un **très grand nombre de fois** une expérience aléatoire, la fréquence d'apparition d'une issue devient proche d'un nombre qui est la **probabilité** de cette issue.

Exemple : On a lancé un grand nombre de fois une pièce de monnaie équilibrée et on a obtenu les résultats suivants.

On constate que la fréquence de « Face » se stabilise autour de 0,5, ce qui est bien la probabilité d'obtenir « Face ».



II. Probabilité d'un événement

♥ **Propriétés** : • La probabilité d'un événement A est égale à la **somme des probabilités des issues** qui le composent.

- La probabilité d'un événement A est un nombre compris entre 0 et 1 :
 $0 \leq P(A) \leq 1$.
- La somme des probabilités de toutes les issues d'une expérience est égale à 1.

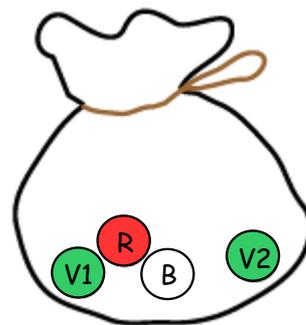
Exemple : L'expérience consiste à tirer une bille dans un sac contenant deux billes vertes, une bille rouge et une bille blanche.

- On note V l'événement « obtenir une bille verte ».

$$P(V) = P(V1) + P(V2) = \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}.$$

- $0 \leq P(R) = \frac{1}{4} = 0,25 \leq 1$.

- $P(V) + P(R) + P(B) = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = 1$.



Définition : Lorsque toutes les issues d'une expérience aléatoire ont la même probabilité, on dit qu'il s'agit d'une situation d'**équiprobabilité**.

Propriété : Dans une **situation d'équiprobabilité**, la probabilité d'un événement A est :

$$P(A) = \frac{\text{nombre d'issues favorables à l'événement}}{\text{nombre d'issues possibles}}$$

Exemple : L'expérience consiste à lancer un dé cubique équilibré.

On a 6 issues équiprobables : 1, 2, 3, 4, 5 et 6.

On note I l'événement « obtenir un nombre impair ».



Cet événement est réalisé par les issues 1, 3 et 5. Ainsi : $P(I) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$.

Vocabulaire : • Un événement est dit **impossible** s'il ne peut pas se produire ; sa probabilité est égale à 0.

• Un événement est dit **certain** s'il se produit nécessairement ; sa probabilité est égale à 1.

♥ **Définition et propriété :**

- Deux événements sont **incompatibles** lorsqu'ils ne peuvent être réalisés en même temps.
- Si les événements A et B sont **incompatibles**, alors la probabilité que l'un des deux se réalise est : $P(A \text{ ou } B) = P(A) + P(B)$.

♥ **Définition et propriété :**

- L'**événement contraire** d'un événement A, noté \bar{A} , est l'événement qui se réalise lorsque l'événement A ne se réalise pas.
- La probabilité de l'événement \bar{A} , contraire de A, est $p(\bar{A}) = 1 - p(A)$.

Exemples :

Lorsqu'on tire une carte dans un jeu de 32 cartes, les événements A « obtenir une carte rouge » et B « obtenir un pique » ne peuvent pas se réaliser en même temps : A et B sont incompatibles.

L'événement « obtenir une carte rouge ou obtenir un pique », noté A ou B, a pour probabilité :

$$P(A \text{ ou } B) = P(A) + P(B) = \frac{16}{32} + \frac{8}{32} = \frac{24}{32} = \frac{3}{4}$$

On considère l'événement C « obtenir un roi ». L'événement contraire de C est l'événement \bar{C} : « ne pas obtenir un roi ».

$$P(C) = \frac{4}{32} = \frac{1}{8} \text{ donc } P(\bar{C}) = 1 - P(C) = 1 - \frac{1}{8} = \frac{8}{8} - \frac{1}{8} = \frac{7}{8}$$

